Atti Soc. Tosc. Sci. Nat., Mem., Serie A, **87** (1980)
pagg. 19-28, ff. 3, tt. 4.

C. MONTANI (*), M. MORANDI CECCHI (**)

SULLA GENERAZIONE AUTOMATICA DI CARTE TEMATICHE PER UN BACINO IDROGRAFICO (***)

Riassunto — Si presenta in questo lavoro la metodologia per la generazione di carte tematiche delle classi di pendenza e delle classi di esposizione di una parte di un bacino della zona di Lucignano (Foglio al 50.000 n. 275, Sezione al 10.000 n. 140). Tale esempio è solo un caso particolare a cui la metodologia può essere applicata. Si formalizza il metodo e si danno le regole su cui gli algoritmi informatici sono stati costruiti. Si aggiungono le figure rappresentanti i risultati nel caso in esame.

Abstract — *On the Automatic Generation of thematic maps of Hydrographic Basin.* In this paper a method is presented to generate thematic maps for an hydrographic basin. The maps generated are the map of slope and the map of exposure of a section of a basin in the area of Lucignano (Sheet, at 50000, number 275 and section, at 10000, number 140 of I.G.M.). Such example is only a special case to which the method has been applied. The metod is formalised and the laws used to implement the informatic procedures are given. The figures of the example considered are presented.

Key words — Hydrographic basin, computer application, maps automatic generation, slopes, exposures.

1. INTRODUZIONE

In questo lavoro si da una soluzione al problema della generazione automatica di alcune carte tematiche quali quella delle classi di pendenza e quella delle classi d'esposizione.

(*) Borsista C.N.R. presso l'Istituto di Elaborazione dell'Informazione del C.N.R. Pisa.

(**) Istituto di Elaborazione dell'Informazione del C.N.R. Pisa e Istituto di Scienze dell'Informazione dell'Università di Pisa.

(***) Progetto Finalizzato Conservazione del Suolo, Sottoprogetto Dinamica dei Versanti, Pubblicazione N. 64 del C.N.R.

Tali carte in passato, come si verifica nella bibliografia riportata sull'argomento che non pretende di essere completa, sono state sempre prodotte con una metodologia manuale (FIEROTTI) o semiautomatica (CLERICI e CANUTI) sempre però costruita su di un sistema a maglie che è sostanzialmente meno corretto e meno preciso del metodo qui impiegato che si appoggia non su una discretizzazione prefissata ma sui contorni indicati dalla morfologia del bacino; tale morfologia è presa in considerazione non quotando un numero predefinito di punti del bacino in esame (maglia fissa) ma considerando le isoipse nella loro continuità. Questo ci consente di non vincolare i risultati delle elaborazioni ad una qualunque risoluzione definita a priori. Si individuano inoltre tutte le linee di spartiacque naturale sia generale che locale necessarie a rispettare in senso superficiale corretto la suddetta morfologia.

2. ACQUISIZIONE DEI DATI

Problema fondamentale nella generazione automatica di carte delle classi d'esposizione e di pendenza per un bacino idrografico è quello dell'acquisizione dei dati di natura topologica dalle carte di « base » (carta altimetrica e dell'idrografia). Data la natura delle informazioni necessarie allo sviluppo degli algoritmi si è deciso di digitalizzare (o discretizzare) le carte di base esprimendo i dati del problema (tracciati dei canali, isoipse, displuvi) in forma di poligonali approssimanti il dato stesso. Onde evitare ridondanze nell'acquisizione dei dati si è considerato dato elementare (sia esso canale o spartiacque) la linea di congiungimento di due nodi del reticolo in esame (reticolo idrografico o rete dei displuvi).

Per il processo di digitalizzazione ci si è avvalsi di una apposita apparecchiatura (Graphic Tablet 4956 Tektronix) collegata ad un minielaboratore (Graphic System 4051 Tektronix) che consente la visualizzazione grafica dei dati rilevati dalle carte e la loro memorizzazione su nastro magnetico. Per le successive elaborazioni i dati raccolti sono stati trasferiti sul sistema VM 370/158 IBM.

Le informazioni rilevate possono essere formalizzate nel modo seguente [1]:

$$\Phi_J \ (P_1, \ldots, P_{\varphi J}) \qquad 1 \leqslant J \leqslant n\varphi$$

il j-esimo canale elementare del bacino individuato dalla poligonale

$P_1, \ldots, P_{\varphi}$, ($n\varphi$ indica il numero complessivo di canali del bacino);

$$\psi_J \ (P_1, \ldots, P_{\varphi J}) \qquad 1 \leqslant J \leqslant n\Psi$$

il j-esimo tratto rappresentante la continuazione logica dei canali elementari del 1^ ordine, dei canali cioè privi di affluenti. Per continuazione logica si intende la linea che logicamente collega la sorgente del canale al contorno della relativa area di drenaggio ($n\Psi$ indica il numero di canali del 1^ ordine);

$$\Pi_J^{qj} \ (P_1, \ldots P_{\pi J}) \qquad 1 \leqslant J \leqslant n\pi$$

la j-esima isoipsa del bacino (o parte di isoipsa, vedremo in seguito come si renda talvolta necessaria l'interruzione delle curve di livello in fase di digitalizzazione) di quota q_J e rappresentata dalla poligonale $P_1, \ldots, P_{\pi J}$ ($n\pi$ sta ad indicare il numero di isoipse distinte considerate);

$$\Gamma_J \ (P_1, \ldots, P_{\gamma J}) \qquad 1 \leqslant J \leqslant n\gamma$$

il j-esimo tratto dello spartiacque generale del bacino, spartiacque suddiviso in tratti tali che gli estremi di ognuno coincidono con gli estremi dei displuvi interni periferici o con gli estremi delle continuazioni logiche dei canali (periferici) del 1° ordine ($n\gamma$: numero di suddivisioni operate sullo spartiacque generale);

$$\Theta_J^{qbj,\ qej,\ qmj} \ (P_1, \ldots, P_{\vartheta J}) \qquad 1 \leqslant J \leqslant n\vartheta$$

il j-esimo tratto dello spartiacque generale del bacino, spartiacque suddiviso in tratti tali che gli estremi di ognuno coincidono con gli estremi delle isoipse periferiche del bacino; qbj, qej e qmj indicano rispettivamente la quota iniziale, terminale ed una quota significativamente intermedia del tratto considerato. (In pratica lo spartiacque generale quotato Θ non è rilevato due volte dalla carta di « base » ma costruito in modo semiautomatico dallo spartiacque originario Γ);

$$\Omega_J \ (P_1, \ldots, P_{\omega J}) \qquad 1 \leqslant J \leqslant n\omega$$

il j-esimo tratto elementare (da nodo a nodo) del contorno dell'area di drenaggio dei singoli canali ($n\omega$: numero di tratti elementari).

La formalizzazione precedente è schematicamente illustrata in figure 1 e 2.

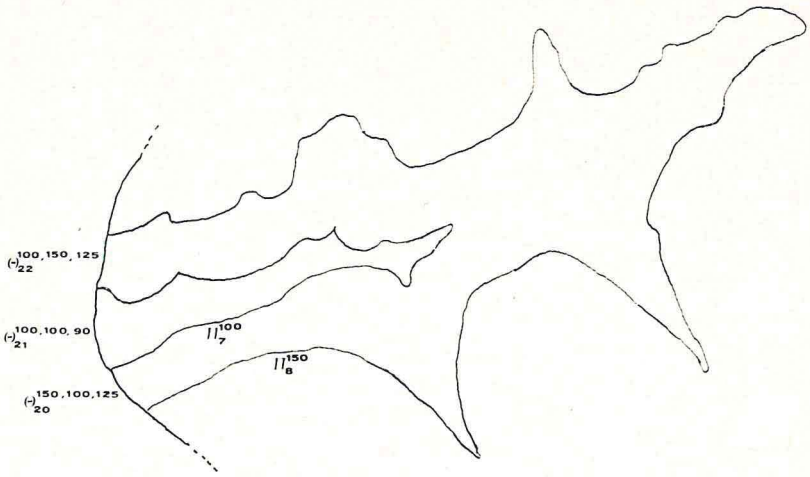


FIG. 1

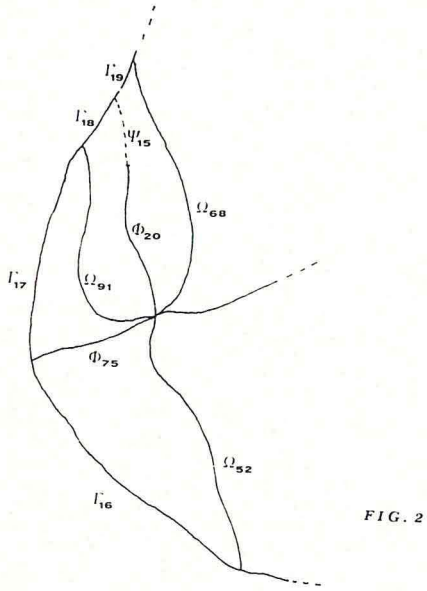


FIG. 2

3. La carta delle classi d'esposizione

L'esposizione di un rilievo è generalmente definita come l'angolo che la linea di massima pendenza del rilievo stesso (orientata verso il basso) forma con la direzione del nord geografico. Un'ap-

plicazione rigida della definizione presuppone, quantomeno, la possibilità di individuare rilievi sufficientemente uniformi dal punto di vista della esposizione. Per quanto riguarda i bacini idrografici cui la nostra attenzione è rivolta (bacini prevalentemente montani o a morfologia solo parzialmente matura) si può osservare che le superfici ad uniforme esposizione sono essenzialmente i versanti (destro e sinistro) dei canali elementari del bacino. E' da questa considerazione di fondo che nasce la generazione automatica della carta delle classi d'esposizione: l'algoritmo determinerà, di volta in volta, l'esposizione dei versanti di ogni canale del bacino.

Per ogni versante (destro o sinistro) di ogni canale j del bacino si individua il contorno planimetrico del versante stesso come:

$$\Delta_{Jd(s)} = \Phi_J \cup \Omega_P \cup \ldots \cup \Omega_z$$

dove $\Omega_P, \ldots, \Omega_z$ rappresentano i tratti dello spartiacque destro (sinistro) dell'area di drenaggio del canale. (Occasionalmente $\Delta_{Jd(s)}$ potrà essere individuato da:

$$\Delta_{Jd(s)} = \Phi_J \cup \Omega_P \cup \ldots \cup \Gamma_s \cup \ldots \cup \Omega_z$$

per i canali periferici del bacino oppure:

$$\Delta_{Jd(s)} = \Psi_K \cup \Phi_J \cup \Omega_P \cup \ldots \cup \Omega_z$$

per i canali del 1° ordine).

Ad ogni punto $P \varepsilon \Delta_{Jd(s)}$ è associata una quota nel modo seguente: per tutti i punti P del bacino viene definita la funzione tabellare M(P).

$$M(P) \begin{cases} qi & \forall\ P \varepsilon\ \Pi_i^{qi}\ (P_1, \ldots, P\,\pi_i) & 1 \leqslant i \leqslant n\pi \\ bk+c & \forall\ P \varepsilon\ \Theta^{qbi,\ qei,\ qmi}\ (P_1, \ldots, P_K, \ldots, P\,\vartheta_i) & \begin{array}{l} 1 \leqslant i \leqslant n\vartheta \\ 1 \leqslant k \leqslant \vartheta i \\ qbi \neq qei \end{array} \\ ak^2+bk+c & \forall\ P \varepsilon\ \Theta^{qbi,\ qei,\ qmi}\ (P_1, \ldots, P_K, \ldots, P\,\vartheta_i) & \begin{array}{l} 1 \leqslant i \leqslant n\vartheta \\ 1 \leqslant k \leqslant \vartheta i \\ qbi = qei \end{array} \\ 0 \quad \text{altrimenti} & & \end{cases}$$

M(P) assume cioè il valore della quota qi in tutti i punti dove è definita la curva Π_i^{qi}, valori compresi tra qbi e qei per i tratti $\Theta^{qbi,\ qei,\ qmi}$ dello spartiacque generale per i quali qbi ≠ qei (tali va-

lori sono ottenuti per interpolazione lineare mediante la retta

$$q = bk + c \qquad 1 \leqslant k \leqslant \vartheta i$$

dove:

$$b = \frac{qei - qbi}{\vartheta i - 1} \quad , \quad c = qbi - b$$

valori di quota maggiori (o minori, a seconda del valore di qmi) di qbi e qei per i tratti $\Theta^{qbi,\ qei,\ qmi}$ dello spartiacque generale per i quali qbi = qei (tali valori sono ottenuti per interpolazione quadratica mediante la parabola:

$$q = ak^2 + bk + c \qquad 1 \leqslant k \leqslant \vartheta i$$

dove

$$a = \frac{(\vartheta i - 1)\ (qmi - qbi)}{d} \qquad b = \frac{(\vartheta i^2 - 1)\ (qbi - qmi)}{d}$$

$$c = \frac{\vartheta i\ (\vartheta i - 1)\ (qmi - \tfrac{1}{4}\ qbi\ (\vartheta i + 2))}{d}$$

$$d = \vartheta i\ (-\tfrac{1}{4}\ \vartheta i^2 + \tfrac{3}{4}\ \vartheta i - \tfrac{1}{2})$$

E' possibile a questo punto associare una quota ad ogni punto $P \varepsilon\ \Delta_{Jd(s)}$ come:

$$Q(P) \begin{cases} M(P) & \text{Se} \quad M(P) \neq 0 \\ \dfrac{\sum_{\alpha = 0^\circ}^{330^\circ\ \text{step}\ 30^\circ} \frac{M(P\alpha)}{PP\alpha}}{\sum_{\alpha = 0^\circ}^{330^\circ\ \text{step}\ 30^\circ} \frac{1}{PP\alpha}} & \text{Se} \quad M(P) = 0 \end{cases}$$

dove con $P\alpha$ ($\alpha = 0^\circ, 30^\circ, \ldots 330^\circ$) si è indicato il primo punto del campo di definizione di M (e tale che $M(P\alpha) \neq 0$) incontrato muovendosi da P nella direzione indicata da α. Con $PP\alpha$ si indica la lunghezza del segmento PP^α. Nel caso cioè che P non risulti essere un punto quotato si determina una quota mediante una media pesata dei punti quotati che si trovano lungo i versi di ricerca.

Il passo successivo dell'algoritmo consiste nell'individuare l'angolo d'esposizione rispetto la direzione del nord geografico. A tal fine si determina l'equazione del piano di regressione per i punti $P \varepsilon \Delta_{J(ds)}$ $(P_1, \ldots, P_\delta)$ minimizzando la funzione

$$\sum_{(m)} = \sum_{i=1}^{\delta} \left\{ Qi - z\,(xi, yi, m) \right\}$$

dove Q_i è la quota associata al punto $P_i \varepsilon \Delta_{J(ds)}$ di coordinate cartesiane (x_i, y_i) e $z\,(x_i, y_i, m)$ rappresenta l'equazione del piano

$$z = m_1 x_i + m_2 y_i + m_3$$

passante per il punto $P_i = (xi, yi)$ dipendente dai parametri m $(i = 1, 3)$ che si vogliono individuare. Dalla proiezione sul piano x, y della normale al piano z individuato si ottiene, per ogni versante, l'angolo d'esposizione ricercato.

La generazione della carta è logicamente e fisicamente suddivisa in due parti: un primo programma è preposto alla determinazione dell'angolo d'esposizione dei singoli versanti; in questa fase si procede anche ad un controllo da un punto di vista statistico della correttezza dell'assunzione del versante come superficie ad uniforme esposizione. Il controllo è effettuato tramite il coefficiente di correlazione delle stime dei parametri del piano di regressione z.

Nella seconda fase si procede alla stampa (mediante plotter Calcomp 1306) della carta eliminando i tratti di versante che delimitano aree ad eguale esposizione ed alla costruzione dell'istogramma delle esposizioni. A questo proposito vengono determinate

$$A_e = \sum_{i=1}^{J} \int \Delta^e_{Jd} + \sum_{i=1}^{J} \int \Delta^e_{Js}$$

dove $\Phi \Delta^e_{Jd(s)}$ indica l'area planimetrica del J-esimo versante di classe d'esposizione e. Dal rapporto delle quantità A_m/area totale del bacino (m compreso tra 1 ed il numero di classi d'esposizione) si ottiene la distribuzione percentuale delle esposizioni all'interno del bacino in esame.

In figure 3, 4 e 5 sono rappresentate rispettivamente le carte

di 'base' (idrografia ed altimetria) discretizzate e la carta delle classi d'esposizione prodotta. Per motivi di spazio le carte sono soltanto un sottoinsieme dell'area effettivamente considerata.

4. La carta delle classi di pendenza

La metodologia alla base della generazione automatica della carta delle classi di pendenza per un bacino idrografico rappresenta, da un punto di vista algoritmico, una variante del metodo manuale detto della « scaletta clinometrica ». In generale si tratta di individuare, entro ogni « striscia » compresa tra due isoipse contigue, i punti in cui la distanza tra le isoipse stesse assume particolari valori che costituiscono il limite superiore di una classe di pendenza ed il limite inferiore della classe successiva. Il metodo citato prescrive di spostare uno degli estremi di ogni segmento campione lungo l'isoipsa a quota maggiore mantenendola ad essa perpendicolare fino a che l'altro estremo venga ad appoggiarsi alla isoipsa di quota inferiore. Ammesso che il segmento campione possa confondersi con una linea di massima pendenza gli si impone di essere perpendicolare ad una delle isoipse, non potendo ovviamente imporgli di essere simultaneamente perpendicolare ad entrambe.

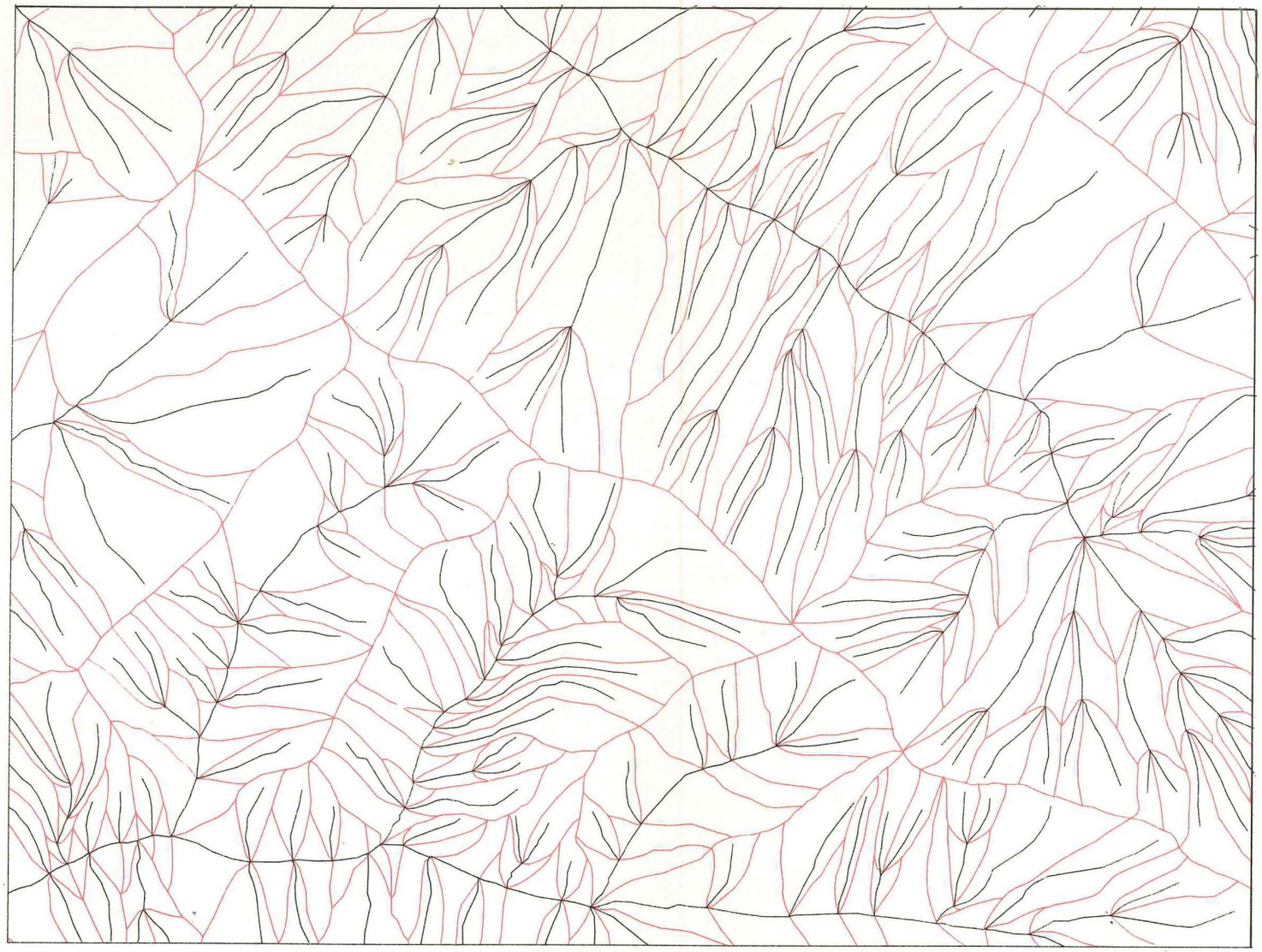
La variante da noi apportata al metodo consiste essenzialmente nel non imporre che il « segmento campione » sia necessariamente perpendicolare ad alcuna delle isoipse in esame, bensì rappresenti a minima distanza tra quest'ultime nel punto in esame.

Questo ci ha condotti, da una parte, ad un notevole risparmio da un punto di vista elaborativo (in termini di operazioni costa infatti molto di più imporre una condizione di perpendicolarità con successiva ricerca della intersezione sull'altra isoipsa esaminata piuttosto che individuare la distanza minima tra un punto ed una curva) e, dall'altra, ad avere coincidenza tra segmento di separazione delle classi e linea di massima pendenza.

Diamo a questo punto una schematica illustrazione del flusso logico dell'algoritmo.

Passo (a). Si definiscono innanzitutto gli intervalli $I_1, \ldots, I_n$ per le differenti classi di acclività (ad esempio si può assumere $I_1 = (0\% \div 10\%)$, $I_2 = (10\% \div 20\%)$, etc. ma qualsiasi suddivisione è possibile) ed una costante C che rappresenta la distanza massima in eccesso, esistente tra le due isoipse contigue in esame. Assumendo che il verso di percorrenza sulle isoipse $\Pi_J{}^{qJ}$ $(R_1, \ldots R_{\pi J})$ e $\Pi_k{}^{qk}$

IDROGRAFIA

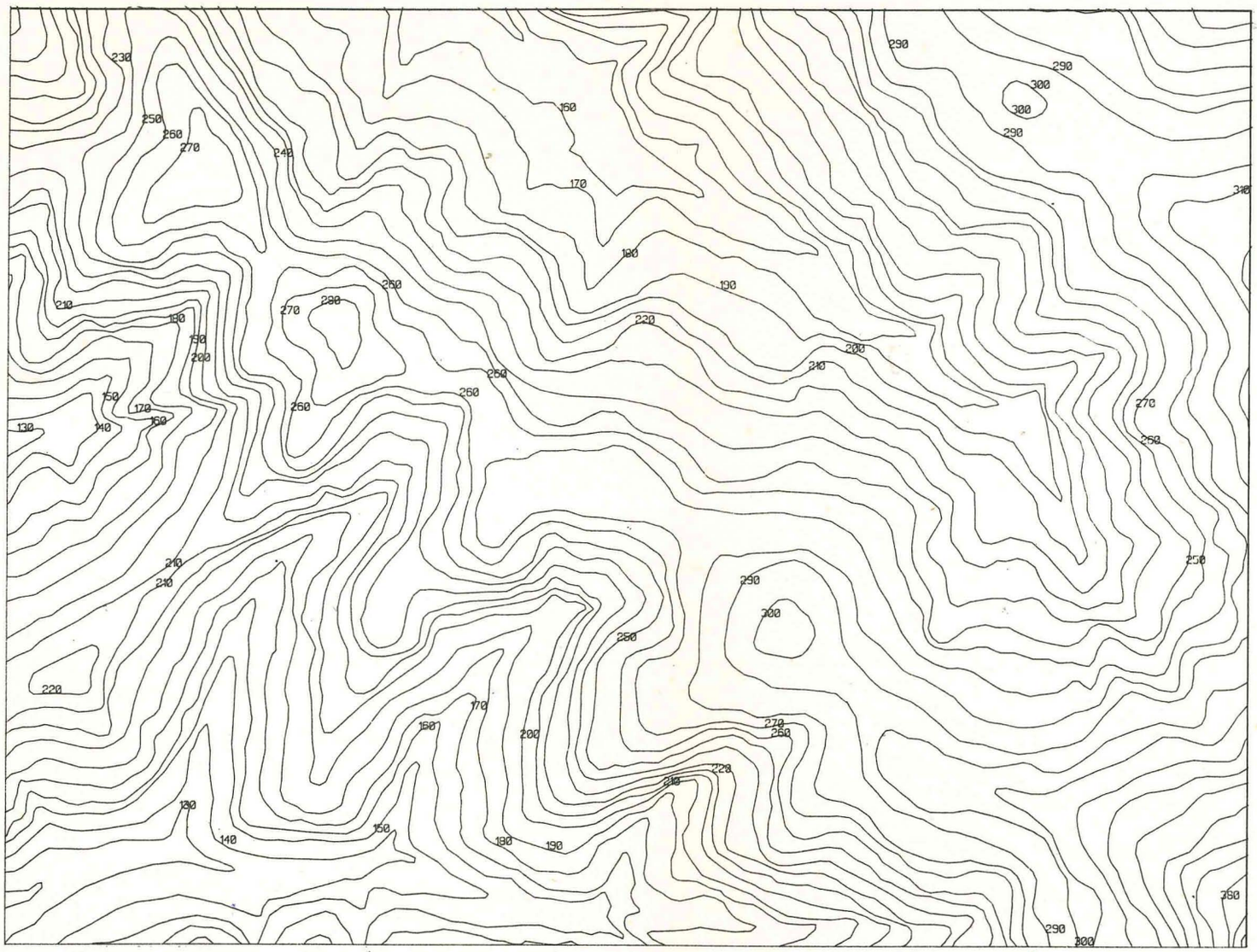


LUCIGNANO

0 100 200 300 400 500 m.

Fig. 3

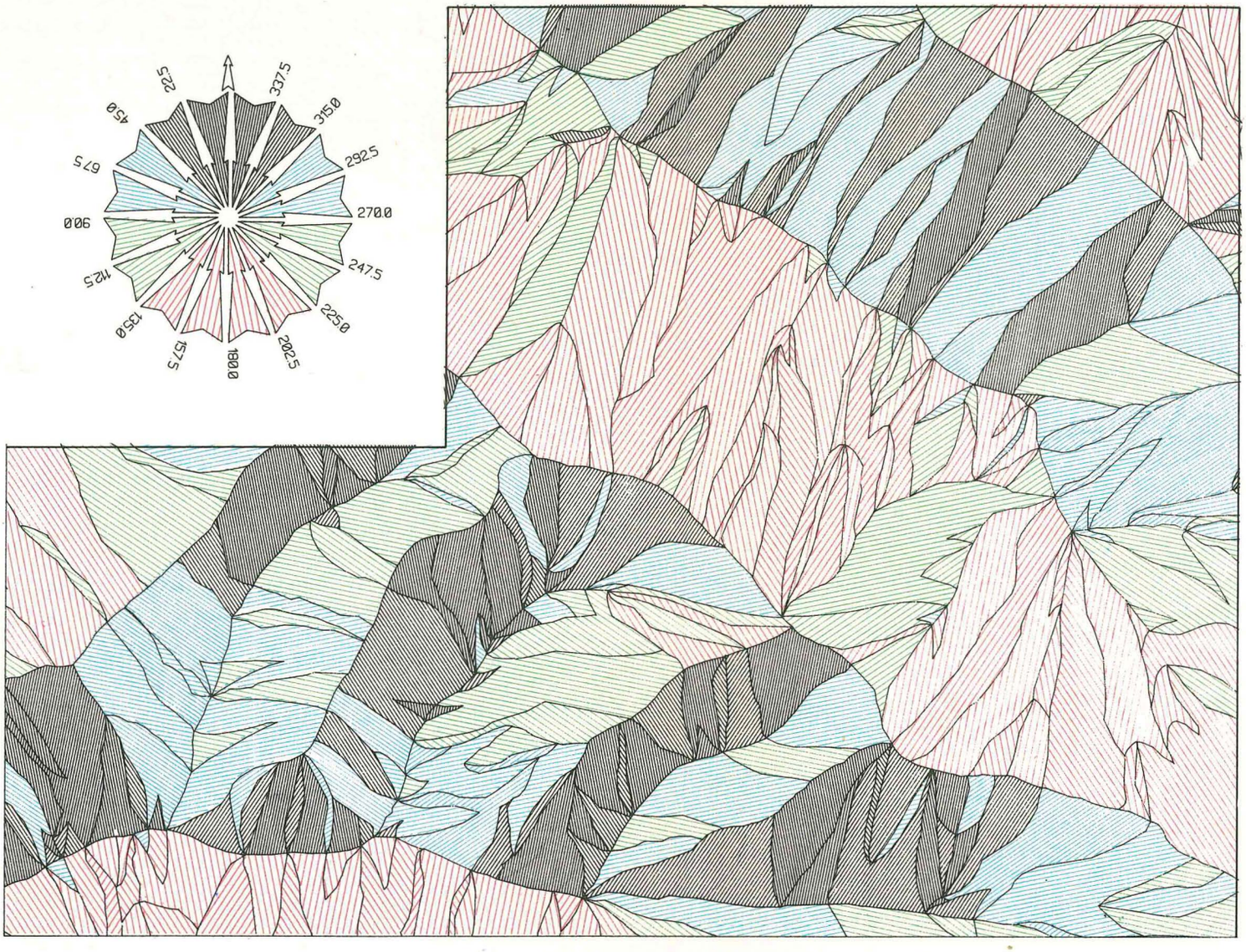
ALTIMETRIA



LUCIGNANO

Fig. 4

CARTA DELLE CLASSI D'ESPOSIZIONE



LUCIGNANO

0 100 200 300 400 500 m.

Fig. 5

$(P_1, \ldots, P\,\pi_k)$ considerate sia identico per entrambe (per Π_J^{qs} si utilizza la notazione $R_1, \ldots, R\,\pi_J$ per evitare ambiguità) si definisce classe iniziale di pendenza tra le due curve di livello sul segmento R_1P_1 la quantità:

$$S_{R_1P_1} = \frac{qj - qk}{R_1P_1} * 100$$

dove con R_1P_1 si indica la lunghezza del segmento R_1P_1 - Assumiamo che:

$$S_{R1P1} \varepsilon I_e$$

ed esprimiamo P_1 con P_* (che sta ad indicare che su $P_* \varepsilon \Pi_k^{qk}$ si è verificato l'inizio di una nuova classe di pendenza) e con I_* la classe I_J individuata.

Passo (b). $\forall\ R_i \varepsilon \Pi_J^{qj}$ $(i = 2, \ldots, \Pi_J)$ si determina

$$d_{min} = \min\ (d_1, \ldots, d_c)$$

dove $d_1 = R_iP_*$, $d_2 = R_iP_{*+1}$, $d_3 = R_iP_{*+2}, \ldots$ e $d_c = R_iP_{*+m}$ (e tale che $d_c \geqslant C$, oppure $d_c = R_iP\,\pi_k$ nel caso si sia giunti, nella ricerca, al termine della curva Π_k^{qk}).

Evidentemente d_{min} individua la distanza minima tra R_i e la curva Π_k^{qk}: il segmento R_iP_r che determina d_{min} giace quindi sulla linea di massima pendenza tra Π_J^{qj} e Π_k^{qk} passante per R_i. Sia:

$$S_{RiPr} = \frac{qJ - qk}{d_{min}} * 100$$

il valore di tale pendenza.

Passo (c). Se il valore S_{RiPr} determinato al passo precedente appartiene ancora all'intervallo I_* determinato per il punto R_{i-1} la ricerca procede regolarmente e si ritorna al passo (b). Se, al contrario,

$$S_{RiPr} \varepsilon I_P \qquad P \neq *$$

allora si traccia il segmento di cambio classe R_iP_r; il punto P_r diviene il nuovo P_* e si pone

$$I_* = I_P$$

La ricerca prosegue al passo (b).

Va notato che la determinazione della costante C può essere effettuata molto approssimativamente in quanto è lo stesso algo-

ritmo che provvede ad aumentare progressivamente il valore di C nel caso in cui non riesca a superare punti critici sulle curve ed a diminuirlo in caso contrario. Va inoltre notato che, al fine di evitare la dipendenza della scelta delle classi dalla discretizzazione delle isoipse, l'algoritmo è preceduto da una fase di infittimento dei punti delle poligonali individuanti le singole curve di livello mediante interpolazione lineare.

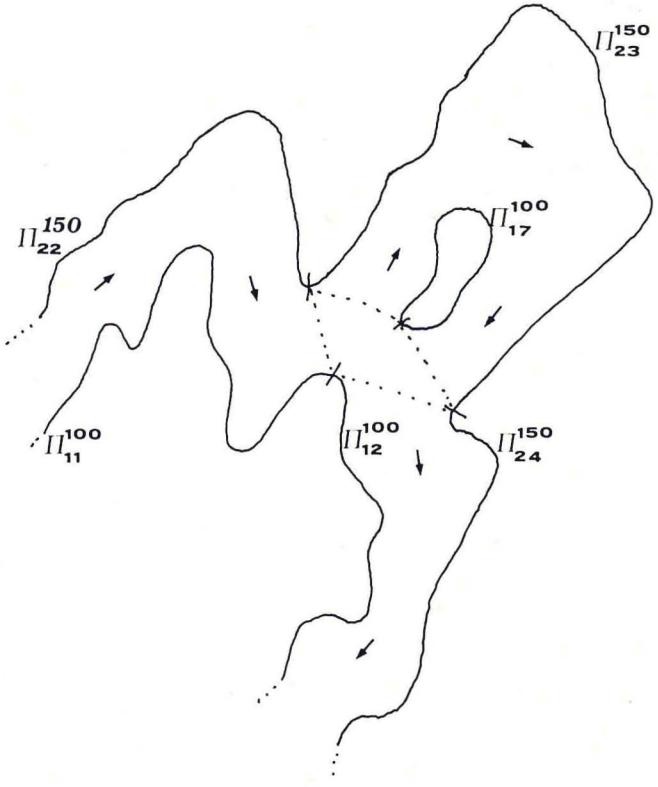
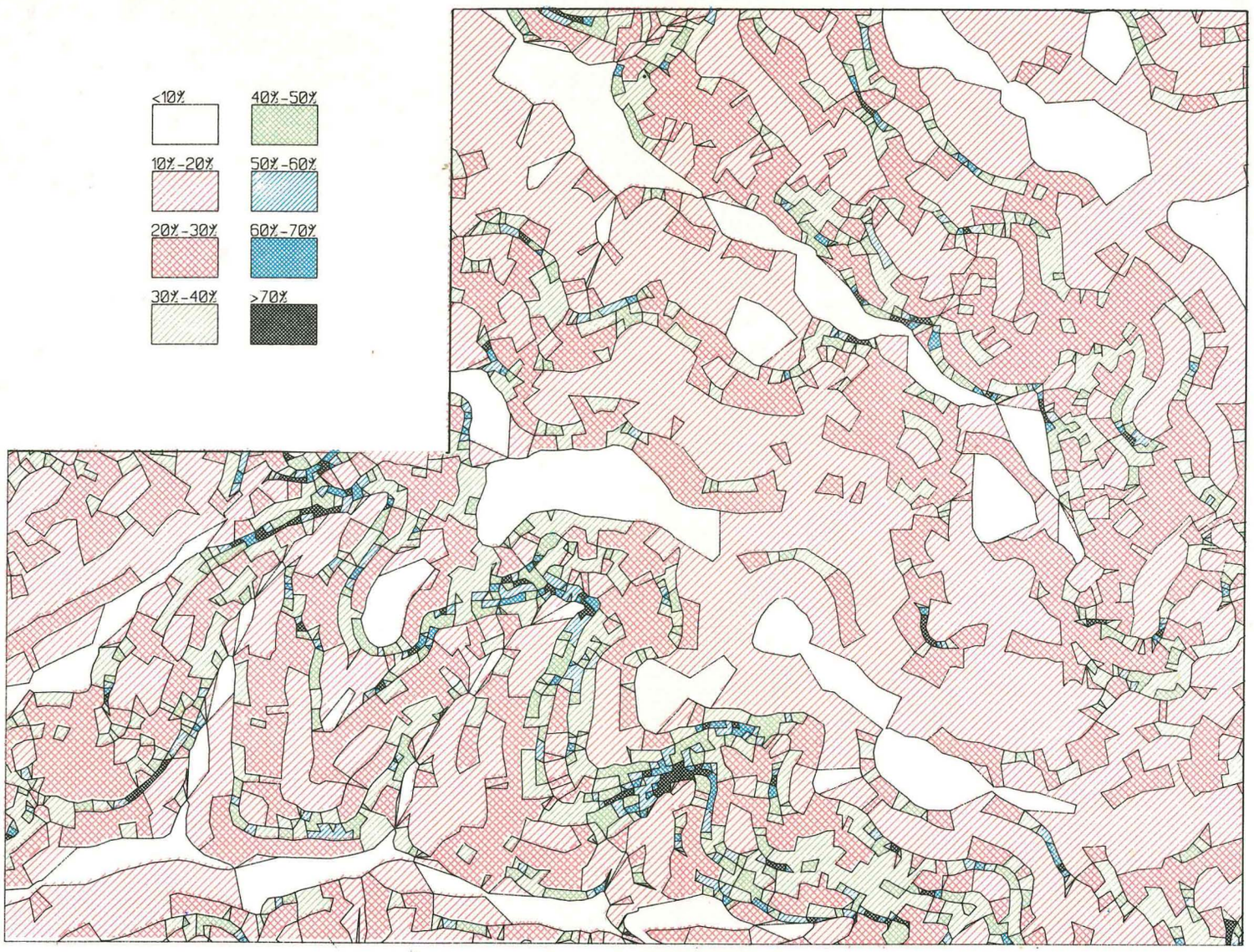


FIG. 6

Come nell'algoritmo delle classi d'esposizione anche per le classi di pendenza si procede alla generazione fisica della carta in due fasi distinte. Nella prima fase sono individuati i contorni delle classi di pendenza esistenti tra due curve di livello contigue; nella seconda fase si procede alla stampa delle differenti classi e dei tratti di isoipsa che separano classi su « strisce » adiacenti ma di vaori di pendenza differenti. In questa fase è pure costruito l'isto-

CARTA DELLE CLASSI DI PENDENZA



LUCIGNANO

0 100 200 300 400 500 m.

Fig. 7

gramma delle classi di pendenza: vengono determinate

$$A_e = \Sigma \, \emptyset \, d\gamma$$

dove con $\emptyset \, d\gamma$ si è indicata l'area planimetrica della classe minima (apparentemente all'intervallo e) individuata nella prima fase dell'algoritmo. Il rapporto A_e/area totale del bacino (e numero totale di classi previste) fornisce la distribuzione percentuale delle classi di pendenza nel bacino.

Casi particolari, come quello illustrato in figura 6, sono risolti come accennato nel paragrafo 2., in fase di digitalizzazione interrompendo opportunamente le isoipse in modo che il sistema possa decidere in modo univoco quali curve di livello considerare contigue per la generazione delle classi.

In figura 7 è rappresentato un sottoinsieme della carta delle classi di pendenza prodotta per il bacino considerato.

BIBLIOGRAFIA

1) MORANDI CECCHI M., MONTANI C. (1979) - Studio informatico della morfometria di un piccolo bacino. *Atti Soc. Tosc. Sc. Nat. Mem.*, Ser. A, **86**, 489-504.
2) CECCHI MORANDI M., DEL GROSSO A., LIMONCELLI B. (1976) - Applicazione dell'informatica alla geologia: un modello monodimensionale per lo studio dei reticoli fluviali ed uno tridimensionale per lo studio dei versanti. *Geologia e Idrogeologia*, **1**, 9, 7-38.
3) CECCHI MORANDI M., DEL GROSSO A., LIMONCELLI B. (1976) - Alcuni modelli sulla morfologia dei bacini montani. *Rend. Acc. Naz. Lincei*, **60**, 254.
4) CECCHI MORANDI M., LIMONCELLI B. (1976) - Trattamento informatico dei bacini idrografici a morfologia parzialmente matura. *Geologia e Idrogeologia*, **1**, 9, 97-122.
5) CARMIGNANI G., MORANDI CECCHI M. (1975-76) - Un algoritmo per la determinazione automatica delle quote per modelli di bacini montani e di bacini estesi. *Atti Ist. Sc. Costruzioni. Univ. Genova*, **7**, 77-90.
6) CANUTI P., SGUAZZONI G., TACCONI P. (1975) - Misura della pendenza dei versanti mediante valutazione della densità delle isoipse. *Boll. Soc. Geol. It.*, **94**, 429-441.
7) CLERICI A. (1975) - Un metodo per la realizzazione di carte dell'acclività mediante l'utilizzazione del restitutore aerofotogrammetrico e dell'elaboratore elettronico. *L'Ateneo Parmense, Acta Natur.*, **11**, 2.
8) FIEROTTI G. (1978) - Proposta di una metodologia di rilevamento e studio cartografico per lo sviluppo del territorio. *Quad. Agronomia*, **9**, 253-271.
9) MORANDI CECCHI M. (1979) - Sistemi informativi per il territorio e la cartografia automatica. Seminario sulla pianificazione di bacino. Genova, 17-20.7.1979, a cura di E. Marchi e S. Sicardi.

(*ms. pres. il 3 luglio 1980; ult. bozze il 15 novembre 1980*)